

### Das Programmsystem LVPLS für Pfadmodelle mit latenten Variablen: Teil 2

Lohmöller, Jan-Bernd

Veröffentlichungsversion / Published Version  
Zeitschriftenartikel / journal article

Zur Verfügung gestellt in Kooperation mit / provided in cooperation with:  
GESIS - Leibniz-Institut für Sozialwissenschaften

#### Empfohlene Zitierung / Suggested Citation:

Lohmöller, J.-B. (1984). Das Programmsystem LVPLS für Pfadmodelle mit latenten Variablen: Teil 2. *ZA-Information / Zentralarchiv für Empirische Sozialforschung*, 15, 59-67. <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-206263>

#### Nutzungsbedingungen:

Dieser Text wird unter einer Deposit-Lizenz (Keine Weiterverbreitung - keine Bearbeitung) zur Verfügung gestellt. Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

#### Terms of use:

This document is made available under Deposit Licence (No Redistribution - no modifications). We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document. This document is solely intended for your personal, non-commercial use. All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.



## Das Programmsystem LVPLS für Pfadmodelle mit latenten Variablen (Teil 2)

Jan-Bernd Lohmöller

Nachdem in der letzten Nummer der ZA-Information das Programmsystem LVPLS vorgestellt und dem LISREL-Programm gegenübergestellt worden ist, soll in diesem Beitrag auf die konzeptionellen Unterschiede der PLS (Partial Least Squares) und der LISREL-Methode eingegangen werden. Die Annahmenbelastung der beiden Ansätze wird in stufenhafter Weise so dargestellt, daß die Frage beantwortet wird: Welche Annahmen braucht man, um Daten zu simulieren, und welche, um die Parameter zu schätzen? Dann wird an einem kleinen Beispiel der typische Unterschied zwischen PLS- und LISREL-Schätzungen gezeigt. Es wird noch einmal darauf hingewiesen, daß das Programm LVPLS und das Programm-Manual (DM 12,00) vom Zentralarchiv bezogen werden können.

### Stufen der Modellspezifikation bei PLS und LISREL

Der Weg von einer inhaltsbezogenen Vorstellung von einem Modell zu einem schätzbaren mathematisch-statistischen Modell läßt sich darstellen als eine Abfolge von Stufen. Diese Stufen sollen hier so dargestellt werden, daß deutlich wird, wie weit die Spezifikation von LISREL- und PLS-Modellen übereinstimmen, und wo sie sich unterscheiden.

\*1 Die Modellrelationen. Die Beziehungen zwischen den Variablen des Modells lassen sich durch zwei Gleichungssysteme darstellen, durch das innere Gleichungssystem (Pfadmodell, Kernmodell, nomologisches Modell), das die LVn  $\xi_j$  als abhängig von ihren Erklärungsvariablen zeigt,

$$\text{Gl. 01} \quad \xi_j = \sum_i \beta_{ji} \xi_i + u_j \quad \mathbf{\xi} = \mathbf{B}\mathbf{\xi} + \mathbf{u} ,$$

und durch das äußere Gleichungssystem (Meßmodell, Faktormodell), das die MVn als beeinflußt durch die LVn zeigt,

$$\text{Gl. 02} \quad x_k = \sum_j \pi_{kj} \xi_j + \epsilon_k \quad \mathbf{x} = \mathbf{\Pi}\mathbf{\xi} + \mathbf{\epsilon} ,$$

worin die Variablen  $\mathbf{u}$  und  $\mathbf{\epsilon}$  die inneren bzw. äußeren Residualvariablen heißen. In der Abbildung auf der folgenden Seite ist ein kleines Modell graphisch dargestellt; die Koeffizienten des inneren Modells sind durch starke, die des äußeren Modells durch schwache Pfeile dargestellt.

\*2 Die ersten beiden Momente. Sind außer den Parametermatrizen  $\mathbf{B}$  und  $\mathbf{\Pi}$  auch die beiden ersten Momente, d.h. die Mittelwerte und Kovarianzen, der Residualvariablen bekannt, sagen wir  $\mu_u = E(\mathbf{u})$ ,  $\mu_\epsilon = E(\mathbf{\epsilon})$ ,  $\Psi = \text{cov}(\mathbf{u})$ ,

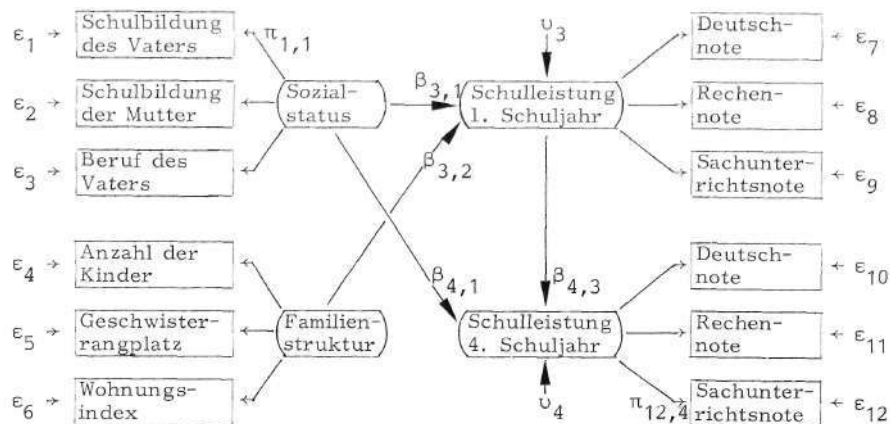


Abbildung 2: Pfaddiagramm zum Schulleistungsmodell

$\Theta = \text{cov}(\epsilon)$ ,  $\Phi = \text{cov}(\epsilon; u)$ , dann lassen sich die beiden ersten Momente der MVn daraus ableiten. Für die Kovarianz von  $\mathbf{x}$  gilt beispielsweise:

$$\text{Gl. 03} \quad \Sigma = \Pi(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} \Psi(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1} \Pi + \Phi + \Phi' + \Theta.$$

So weit unterscheiden sich PLS und LISREL nicht. Die Spezifikationen \*1, \*2 reichen zusammen mit der nicht näher begründeten Verlustfunktion aus, um in LISREL die Parameterschätzung nach der ULS-Methode vorzunehmen.

\*3 Simulation. Wenn (nicht nur die ersten beiden Momente, sondern) die gesamte Verteilung der Residualvariablen spezifiziert ist, dann lassen sich Populationsdaten  $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_{kn}]$  (d.h. so daß  $\mathbf{x}\mathbf{1}'/N = \mu_{\mathbf{x}}$  und  $\text{cov}(\mathbf{x}) = \Sigma$  ist) und Stichprobendaten (so daß  $\mathbf{x}\mathbf{1}'/N = \bar{\mathbf{m}}_{\mathbf{x}}$  und  $\text{cov}(\mathbf{x}) = \mathbf{S}$  ist) und Stichprobenmomente  $\bar{\mathbf{m}}_{\mathbf{x}}$ ,  $\mathbf{S}$  generieren. Mit den Spezifikationen \*1 und \*3 hat man ein vollständiges deduktives Modell, das erklärt, durch was für einen Prozeß die beobachteten Daten entstanden sind.

\*4 Bedingte Erwartungen. Für die Gleichungssysteme Gl. 01, 02 werden die bedingten Erwartungen spezifiziert:

$$\text{Gl. 04} \quad E(\xi_j | \xi_i) = \sum_i \beta_{ji} \xi_i$$

$$\text{Gl. 05} \quad E(x_k | \xi_j) = \sum_j \pi_{kj} \xi_j$$

Das impliziert die Annahmen, daß Prädiktor und Residualvariable unkorreliert sind:

$$\text{Gl. 06} \quad \text{cov}(\xi_j; u_i) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \beta_{ji} \neq 0$$

$$\text{Gl. 07} \quad \text{cov}(\xi_j; \epsilon_k) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \pi_{jk} \neq 0$$

Es sind somit genau so viele Nullkorrelationen impliziert, wie das Modell Parameter enthält. Ferner ist impliziert, daß die Residualvarianzen minimal sind -- bei gegebenen latenten Variablen.

Das mathematisch-statistische Konzept der bedingten Erwartung kann für drei unterschiedliche, sich nicht ausschließende Anwendungen benutzt werden:

- (a) für den praktischen Zweck der Prädiktion:  $E(y|x)$  ist derjenige Teil der empirischen Information über  $y$ , der aus  $x$  prädiziert (rekonstruiert, prognostiziert) werden kann, wobei der Prädiktionsfehler im Mittel gleich Null und im quadratischen Mittel minimal ist.
- (b) für den theoretischen Zweck der strukturellen Erklärung:  $x$  ist die Randbedingung, die zusammen mit dem spezifizierten Gesetz, z.B.  $E(y|x) = a + \beta x$  das Explanans  $y$  erklärt. (In diesem Sinne heißen die Parameter auf der rechten Seite von Gl. 03 die strukturellen Parameter.)
- (c) für den theoretischen Zweck der kausalen Erklärung: das spezifizierte Erklärungsgesetz wird als ein kausales interpretiert.

PLS und LISREL unterscheiden sich nicht bezüglich der Spezifikation bedingter Erwartungen, die in LISREL-Darstellungen allerdings selten explizit gemacht werden, sondern bezüglich der Motivation für ihre Anwendung. In PLS ist die Anwendung der bedingten Erwartungen überwiegend durch die prädiktiven Absichten motiviert; die bedingte Erwartung wird "der Prädiktor" genannt, und die Aufstellung der Postulate Gl. 04, 05 heißt Prädiktorspezifikation. In LISREL überwiegt die Absicht, eine strukturelle Erklärung für den Zusammenhang der beobachteten Variablen zu erklären.

\*5 Gesamte Verteilung. Wenn die gesamte Verteilung von  $\mathbf{u}, \mathbf{\epsilon}$  als multivariat normalverteilt spezifiziert wird, beispielsweise

$$\text{Gl.08} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{\epsilon} \end{bmatrix} \sim N \left( \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{\Psi} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Theta} \end{bmatrix} \right),$$

und wenn ferner eine Stichprobe von unabhängigen Replikationen aus dieser Verteilung vorliegt, kann die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, daß die Stichprobenkovarianz  $S$  aus der Population  $\Sigma$  stammt. Und es können die Parameter  $\mathbf{B}, \mathbf{\Pi}, \mathbf{\Psi}, \mathbf{\Theta}$  so geschätzt werden, daß die Stichprobenkovarianz die höchste Wahrscheinlichkeitsdichte (maximum likelihood) hat. Die Spezifikation der gesamten Verteilung schließt alle vorangehenden Spezifikationen \*1..\*4 mit ein. Insbesondere müssen die Verteilungsannahmen Gl. 08 so ge-



faßt sein, daß sie Gl. 06,07 nicht verletzen, da sonst die Parameter nicht eindeutig bestimmt werden können (nicht identifiziert sind). Die Spezifikation der gesamten Verteilung ist notwendig für die Maximum-Likelihood-Schätzung und daher typisch für LISREL, nicht jedoch für PLS.

\*6 Fälle. In PLS werden die Beobachtungseinheiten nicht als unabhängige Replikationen aus einer Population verstanden, sondern als Fälle mit individuellen Differenzen, die nicht einfach stochastische Fluktuation sind. Die Fälle werden spezifiziert, indem Gl. 01,02 erweitert werden um den Index "n":

$$\text{Gl. 09} \quad \xi_{jn} = \sum_i \beta_{ji} \xi_{in} + v_{jn}$$

$$\text{Gl. 10} \quad x_{kn} = \sum_j \pi_{kj} \xi_{jn} + \varepsilon_{kn}$$

Damit ist eine zusätzliche Menge von grundlegenden Unbekannten in das Modell eingeführt, die LV-Werte  $\xi_{jn}$  (Faktorwerte, LV-Scores, inzidentielle Parameter). (Die Residualscores sind keine grundlegend Unbekannten, weil sie sich algebraisch ergeben, wenn die anderen Unbekannten geschätzt sind.) Es wird eine weitere Relation eingeführt, die verallgemeinerte Gewichtsrelation,

$$\text{Gl. 11} \quad \xi_{jn} = \sum_k \omega_{kj} x_{kn} + \delta_{jn},$$

worin die Koeffizienten  $\omega_{kj}$  die LV-Gewichte sind, und der Residualwert  $\delta_{jn}$  denjenigen Anteil des LV-Wertes darstellt, der nicht als ein gewichtetes Aggregat der MV-Werte darstellbar ist und der als der "Gültigkeitsmangel" der MVn verstanden werden kann. Setzt man das Nichtmeßbare gleich Null, vereinfacht sich Gl. 11 zur (gewöhnlichen) Gewichtsrelation:

$$\text{Gl. 12} \quad \xi_{jn} = \sum_k \omega_{kj} x_{kn}$$

Während Gl. 11 in keiner Weise restriktiv ist — eine solche Gleichung läßt sich immer aufstellen —, stellt der Übergang zu Gl. 12 eine folgenreiche Spezifikation dar. Die Verteilung der LVn ist jetzt eine lineare Funktion der Verteilung der MVn. Die Anzahl der grundlegenden Unbekannten ist drastisch eingeschränkt: Sobald die LV-Gewichte geschätzt sind, können alle anderen Unbekannten, die fallbezogenen Werte und die strukturellen Parameter, direkt berechnet werden. Alle Unbekannten der Gl. 09, 10, 12 zusammen bilden ein konsistentes Modell, was für ein LISREL-Modell, in das nachträglich die LV-Gewichte und -Werte eingeführt werden, nicht der Fall ist. Die Spezifikation \*6 schließt die Spezifikationen \*1 und \*4 mit ein, nicht aber \*2, \*3, \*5.

Die Spezifikation der Fälle kann unter inhaltlichen Gesichtspunkten (kleine finite Populationen; Prädiktion und Prognose) dringend geboten sein, kann aber auch als ein bloßes Hilfsmittel verstanden werden, als ein Werkzeug,

das das Modell in eine schätzbare Form bringt. Unter letzterem Aspekt sind die LV-Scores und die Gewichtskoeffizienten als Hilfsparameter zu verstehen, und bei der Interpretation der bedingten Erwartungen verschiebt sich der Akzent von der Prädiktion der beobachteten Rohdaten  $x_{jn}$  zur strukturellen Erklärung der beobachteten Kovarianzen  $s_{ji}$ . Der PLS-Algorithmus kann diese unterschiedlichen Intentionen berücksichtigen durch zwei unterschiedliche Schätzmodi für die LV-Gewichte.

#### Eigenschaften der PLS- und LISREL-Schätzungen

Aufgrund der Tatsache, daß in LISREL nur eine Parametermenge, die strukturellen Parameter, in PLS aber zwei Parametermengen, die strukturellen und die inzidentiellen Parameter, zu schätzen sind, und aufgrund der unterschiedlichen Modellspezifikationen ergeben sich Resultate mit unterschiedlichen Optimalitätseigenschaften. Die LISREL-Schätzungen reproduzieren die Kovarianzmatrix optimal, wobei die Anpassung durch die ML-, GLS-, WLS- oder ULS-Verlustfunktion gemessen wird. Die PLS-Schätzungen reproduzieren die Rohdatenmatrix optimal, worunter die Reproduktion der Kovarianzmatrix natürlich leidet. PLS reproduziert die Diagonale der Kovarianzmatrix, d.h. die Varianzen.

Die ML-Schätzungen sind optimal in dem Sinne, daß sie unverzerrt sind und den kleinsten Schätzfehler haben: Vorteile, die diese Schätzungen gegen ULS und die anderen Schätzer in LISREL VI hervorheben, und gegen PLS nur, wenn nicht mehr als die eine geschätzte Parametermenge betrachtet wird. Wenn es ein wahres Modell mit wahren Parametern gibt — und das gibt es nur bei der Datensimulation — und wenn dieses Modell ein Kovarianzstrukturmodell für eine Stichprobe unabhängiger Beobachtungen ist, dann sind die LISREL-Schätzungen konsistent, d.h. mit wachsendem Stichprobenumfang (und präziser werdender Kovarianzmatrix) nähern sich die Schätzungen den wahren Werten; und dann sind die PLS-Schätzer konsistent im großen, d.h. mit steigender Anzahl der Fälle und steigender Anzahl der Indikatoren pro LV nähern sich die Schätzungen den wahren Werten.

Die Parameterschätzung von LISREL geht davon aus, daß das spezialisierte Modell das richtige ist und daß gültige Parameter für dieses Modell aus der vorliegenden Kovarianzmatrix gefunden werden können. Wenn das Modell tatsächlich aber unangemessen ist, arbeitet das LISREL-Programm oft sehr lange daran, irgendwelche Parameter Schätzungen zu finden, und oft konvergiert der Schätzalgorithmus dann nicht. Die Datenexploration mit LISREL ist zeitaufwendig und teuer.

Die Parameterschätzung für ein PLS-Modell wird so vorgenommen, daß unter den strukturellen Restriktionen des Modells die Parameter so geschätzt werden, daß sie die beste Prädiktion leisten. Unter diesem Gesichtspunkt kann kein Modell falsch sein, sondern nur mehr oder weniger prädiktiv. Die Inspektion der Residualkovarianzmatrizen mag zeigen, daß es verbleiben-

de Zusammenhänge gibt, die für die Prädiktion hätten ausgenutzt werden können, und dann wird man sein Modell entsprechend ändern, um die prädiktive Kraft zu steigern. Oder die Ladungs- oder Pfadmatrix mag zeigen, daß einige Koeffizienten sehr klein sind, und man kann dann diese Parameter aus dem Modell entfernen, ohne an prädiktiver Kraft einzubüßen. Ob die so vorgenommenen Modellmodifikationen das Modell tatsächlich verbessern, zeigt der Blindfolding-Test.

#### Das Blindfolding zur Modellvalidierung

PLS benötigt für die Parameterschätzung nicht die Spezifikation der gesamten Verteilung, sondern nur die Annahmen \*1,\*4,\*6. Da wäre es unsinnig, für den Modelltest nachträglich, sagen wir, eine multivariate Normalverteilung annehmen zu müssen. Zusammen mit der PLS-Schätzmethode wurde in den letzten Jahren eine Technik des Modelltests entwickelt, die auf den prädiktiven, verteilungsfreien Charakter des PLS-Modells zugeschnitten ist. Die Technik des Blindfolding (Abblendens) ergibt zum einen Standardabweichungen für die Parameterschätzungen (d.h. für die Ladungen und Pfadkoeffizienten) und zum anderen eine Maßzahl für die Güte der Datenrekonstruktion in einer (simulierten) Kreuzvalidierung. Der erste Teil der Technik ist unter dem Stichwort Jackknife-Standardabweichungen bekannt, der zweite Teil als Generalisierte Kreuzvalidierung oder Predictive Sample Re-use weniger bekannt.

Die Blindfolding-Technik besteht darin, daß die Datenmatrix in  $M$  exhaustive und disjunkte Teilmengen zerlegt wird, derart daß sich die zu einem Teil  $\mathbf{x}_m$  ( $m=1..M$ ) gehörenden Datenpunkte gleichmäßig über die Zeilen und Spalten der gesamten Datenmatrix verteilen. Sodann wird der erste Teil aus der Gesamtdatenmatrix ausgeblendet, und es werden die Parameter durch Missing-Data-Techniken aus den verbleibenden Datenpunkten geschätzt. Dann werden für die abgedeckten Datenpunkte  $\mathbf{x}_{kn}$  zwei Schätzungen aufgestellt, die "triviale" Schätzung  $\hat{\mathbf{x}}_{kn}$  Mittelwert der verbliebenen Datenpunkte, und die Modellschätzung  $\hat{\mathbf{x}}_{kn}$  aus den Modellparametern. Sodann wird der zweite Teil der Datenmatrix abgedeckt, es werden die Parameter aus dem Rest geschätzt, und es werden für die bei dieser zweiten Parameterschätzung nicht benutzten Punkte  $\mathbf{x}_{kn}$  die beiden Schätzungen  $\hat{\mathbf{x}}_{kn}$  und  $\hat{\mathbf{x}}_{kn}$  gestellt. So werden nach und nach für jeden Datenpunkt die beiden Schätzungen aufgestellt, und zugleich fallen  $M$  Schätzungen für jeden Modellparameter an.

Die  $M$  Schätzungen zeigen Unterschiede, die sich zu Standardabweich-



chungen für die Schätzungen verrechnen lassen. Das Maß für die prädiktive Relevanz des gesamten Modells hat die Form eines PRE-Koeffizienten (proportional reduction of error)

$$\text{Gl. 13} \quad \text{PRE} = 1 - \sum_{kn} (x_{kn} - \bar{x}_{kn})^2 / \sum_{kn} (x_{kn} - \hat{x}_{kn})^2.$$

Diese Maßzahl erreicht ihr Maximum Eins, wenn die Datenrekonstruktion fehlerfrei gelingt; den Wert Null, wenn das Modell nicht besser ist als das "triviale Modell" der Prädiktion durch den Mittelwert; und ist negativ, wenn das Modell irreleitend oder die Datenmatrix inhomogen bezüglich des unterlegten Modells ist oder die Parameterschätzungen instabil sind. Modellmodifikationen lassen sich anhand des PRE-Maßes bewerten: Manchmal nimmt die nach Gl. 13 berechnete Prädiktivität zu, wenn weniger Prädiktoren in eine Regressionsgleichung aufgenommen werden, weil die verbleibenden Parameter stabiler geschätzt werden. Das PRE-Maß kann nur berechnet werden, wenn die Rohdaten vorliegen, während ansonsten die wesentlichen Teile des PLS-Modells (d.h. die LV-Scores ausgeschlossen) auch aus der Kovarianz- bzw. Korrelationsmatrix berechnet werden können.

### Ein Beispiel

Tafel 3 zeigt die PLS- und ML-Schätzungen für ein kleines Modell über die Stabilität von Schulleistungen in der Grundschule. Die Daten wurden der Augsburger Längsschnittuntersuchung entnommen (B. Hanke, J. B. Lohmöller, H. Mandl (1980) Schülerbeurteilung in der Grundschule. München: Oldenbourg Verlag). Im Pfadmodell sind zwei Koeffizienten auf Null festgelegt. Das äußere Modell hat eine einfache Blockstruktur: Es umfaßt vier Blöcke mit jeweils drei MVn und einer LVn. Der Vergleich der Schätzungen zeigt das Bild, das typisch ist für die Unterschiede von PLS- und LISREL-Schätzungen:

(1) Die äußeren Residualvarianzen  $\hat{\sigma}_k^2$  sind in PLS kleiner als in LISREL. Das ist daraus zu erklären, daß in PLS diese Residualvarianzen explizit minimiert werden. In LISREL unterliegen sie nur der Anforderung, die Anpassung der Diagonalelemente  $s_k^2$  vollständig zu machen. Die LISREL-Schätzung  $\hat{\sigma}_4^2$  hat einen negativen Wert. Hier handelt es sich um einen Heywood-Fall. Negative Varianzen können in PLS nicht vorkommen.

(2) Die LV-Ladungen sind in PLS größer als in LISREL. Dieses ist im



Tafel 3: PLS- und LISREL-Parameterschätzungen für das Schulleistungsmodell (Augsburger Längsschnitt)

Variablen	PLS-Parameterschätzungen										LISREL-Parameter																			
	Gewichte W					Ladungen P					Resid. Varianz $\hat{\sigma}^2$					Ladungen					Residual Varianz $\hat{\sigma}^2$									
	S	F	1	4		S	F	1	4		S	F	1	4		S	F	1	4											
Schulbildung des Vaters	41	.	.	.	.	86	.	.	.	.	27	.	.	.	.	85	.	.	.	.	29									
Schulbildung der Mutter	41	.	.	.	.	78	.	.	.	.	39	.	.	.	.	63	.	.	.	.	61									
Beruf des Vaters	41	.	.	.	.	79	.	.	.	.	38	.	.	.	.	63	.	.	.	.	60									
Kinderzahl	.	-63	.	.	.	.	-88	.	.	.	22	.	.	.	.	-104	.	.	.	.	-8									
Geschwisterrang	.	-20	.	.	.	.	-51	.	.	.	74	.	.	.	.	-39	.	.	.	.	85									
Wohnungsindex	.	47	.	.	.	.	73	.	.	.	47	.	.	.	.	36	.	.	.	.	87									
1.Sj Deutsch	.	.	40	.	.	.	.	90	.	.	20	.	.	.	.	.	85	.	.	.	28									
1.Sj Rechnen	.	.	36	.	.	.	.	87	.	.	24	.	.	.	.	.	79	.	.	.	37									
1.Sj Sachunterricht	.	.	37	.	.	.	.	88	.	.	23	.	.	.	.	.	80	.	.	.	36									
4.Sj Deutsch	.	.	.	39	.	.	.	.	90	.	19	.	.	.	.	.	.	85	.	.	27									
4.Sj Rechnen	.	.	.	37	.	.	.	.	89	.	20	.	.	.	.	.	.	83	.	.	31									
4.Sj Sachunterricht	.	.	.	36	.	.	.	.	90	.	20	.	.	.	.	.	.	83	.	.	30									
Latente Variable						Pfadkoeff.					1-R <sup>2</sup>					Pfadkoeff.					$\hat{\sigma}^2$									
S Sozialstatus	Pfadmatrix					.					.					.					.					100				
F Familiengröße	der latenten					.					.					.					.					100				
1 erstes Schuljahr	Variablen:					26 20					.					31 23					.					85				
4 viertes Schuljahr						15 . 64					.					14 . 74					.					37				
S Sozialstatus	Korrelations-					100					100					100					100									
F Familiengröße	matrix der					12 100					.					0 100					.									
1 erstes Schuljahr	latenten					28 23 100					31 23 100					37 17 78 100					.									
4 viertes Schuljahr	Variablen:					33 21 68 100					.					.					.									



Zusammenhang mit der Residualvarianzminimierung zu sehen. Für dieses einfache Modell gilt  $p_k^2 + \hat{\theta}_k^2 = s_k^2 = \text{konstant}$ . Wenn die Residualvarianzen minimiert werden, werden die Ladungskoeffizienten implizit maximiert.

(3) Die LV-Korrelationen und daher auch die Pfadkoeffizienten und die  $R^2$  sind in PLS kleiner als in LISREL. Dieses ist im Zusammenhang mit der Maximierung der Ladungskoeffizienten zu sehen. Weil nach den pfadanalytischen Regeln  $s_{kl} = p_{kj} r_{ji} p_{il} + \text{Rest}$  gilt, wird die LV-Korrelation  $r_{ji}$  klein, wenn die Ladungen  $p_{kj}$  und  $p_{il}$  groß gemacht werden. Beispiel: Die modellimplizierte Korrelation der von  $x_7$ =Deutschnote im ersten Schuljahr und  $x_{10}$ =Deutschnote im vierten Schuljahr ist  $s_{7,10} = 0.90 \times 0.68 \times 0.90 = 0.55$  bei PLS und  $0.85 \times 0.78 \times 0.85 = 0.56$  bei LISREL.

Die Stabilität der Schulleistung vom ersten zum vierten Schuljahr ist nach der PLS-Schätzung  $r_{34} = 0.68$ , nach der LISREL-Schätzung  $r_{34} = 0.78$ . Was soll man glauben; auf welchen Wert soll man sich stützen? Das äußere Modell wird bei LISREL das Meßmodell genannt, weil es die Aufgabe hat, die Beobachtungen von Meßfehlern zu reinigen, und die "wahren Beziehungen" zwischen den latenten Variablen unverhüllt, corrected for attenuation, darzustellen. Und die Aufwertung der Deutschnotenstabilität  $s_{7,10} = 0.55$  auf der manifesten Ebene zu einer Schulleistungsstabilität  $r_{3,4} = 0.78$  auf der latenten Ebene ist tatsächlich eine stolze Korrektur. Die obere Grenze für die PLS-Schätzung der Stabilität ist durch die kanonische Korrelation gegeben, und diese ist die Lösung auf die Frage: Wie muß ich die drei Schulnoten des ersten Schuljahres zu einer "Gesamtnote" zusammenfassen, und wie die drei Schulnoten des vierten Schuljahres, so daß beide maximal korrelieren? Die kanonische Korrelation ist die höchstmögliche Korrelation zwischen solchen "Gesamtnoten", bei denen ich für jeden Schüler einen Wert der Gesamtnote, einen LV-Score, angeben kann -- und die LISREL-Korrelation kann noch höher sein als die kanonische Korrelation. Ja, je niedriger die Ladungen sind, in LISREL wie auch in PLS, desto mehr überragt die LISREL-Korrelation die kanonische Korrelation: LISREL gewährt einen Bonus für unreliable Messung. Irgendwann wird die correction for attenuation unglaublich.

Jan-Bernd Lohmöller  
Zentralinstitut für sozialwissenschaftliche Forschung  
Arbeitsbereich vergleichende Faschismusforschung  
Freie Universität Berlin  
Sarrazinstraße 11-15  
D-1000 Berlin 41